

PENGANTAR STATISTIKA

PROF. DR. KRISHNA PURNAWAN CANDRA, M.S.

JURUSAN TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN
FAKULTAS PERTANIAN
UNIVERSITAS MULAWARMAN

KULIAH KE-7: SEBARAN NORMAL



PUSTAKA:

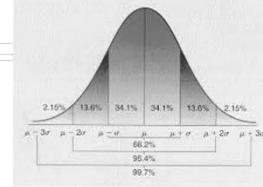
Walpole RE (1982) Pengantar Statistika. Edisi ke-3. Alih Bahasa: Sumantri B (1988). PT Gramedia, Jakarta.

Sudjana (1989) Metoda Statistika. Edisi ke-5. Penerbit Tarsito, Bandung.

TUJUAN

- Mahasiswa dapat memahami sebaran normal, yaitu sebaran kontinu berbentuk genta dan menjulur tak terbatas ke kedua arah.

7.1. KURVA NORMAL



- Sebaran normal adalah sebaran peluang kontinu berbentuk genta yang ujung-ujungnya menjulur tak hingga ke kedua arah.
- Grafiknya disebut kurva normal
- DeMoivre pada tahun 1733 berhasil menurunkan persamaan matematiknya, begitu pula Gauss (1777-1855) yang berhasil mendapatkan persamaannya melalui studi mengenai galat dalam pengukuran yang berulang-ulang terhadap benda yang sama.
- Peubah acak kontinu X yang berbentuk genta disebut **peubah acak normal**. Nilai kepekatan dari bagi X dilambangkan dengan $n(x; \mu, \sigma)$
- Bila X adalah suatu peubah acak normal dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2 , maka persamaan kurva normalnya adalah

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

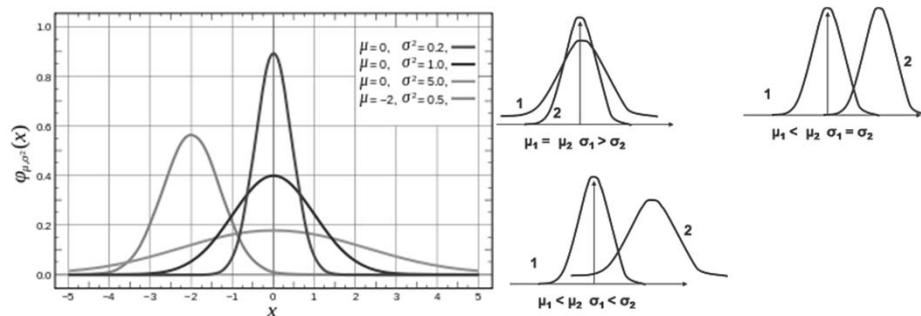
Sedangkan dalam hal ini $\pi = 3,14159...$ Dan $e = 2,71828...$

- Sifat-sifat kurva normal adalah
 - Modusnya terjadi pada $x = \mu$
 - Kurva setengah terhadap suatu garis tegak yang melewati nilai tengah μ
 - Kurva mendekati sumbu mendatar secara asymptotik ke kedua arah bila semakin jauh dari nilai tengahnya
 - Luas daerah diantara kurva tetapi diatas sumbu mendatar sama dengan 1

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

3

7.1. KURVA NORMAL

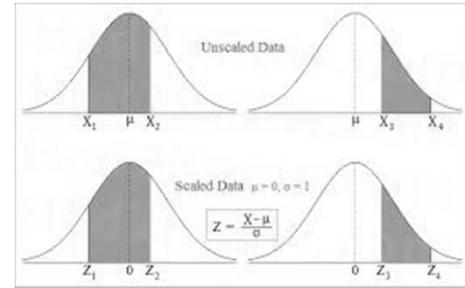


PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

4

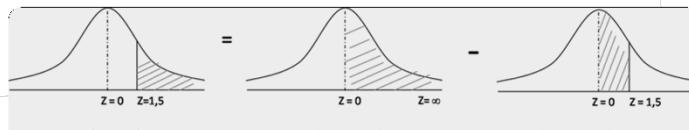
7.2. LUAS DAERAH DIBAWAH KURVA NORMAL

- Luas kurva yang diarsir pada kurva normal disamping sama dengan peluang peubah acak yang mengambil nilai antara $x = x_1$ dan $x = x_2$, $P(x_1 < X < x_2)$
- Dalam perhitungan nilai sembarang peubah acak x dapat ditransformasikan menjadi suatu nilai peubah acak z dengan nilai tengah 0 dan ragam 1.
- Transformasinya adalah $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$
- Bila $x = x_1$ dan $x = x_2$, maka peubah acaknya akan berada diantara nilai-nilai padanannya $z_1 = \frac{x_1-\mu}{\sigma}$ dan $z_2 = \frac{x_2-\mu}{\sigma}$



7.2. LUAS DAERAH DIBAWAH KURVA NORMAL

Teladan 1



Jawab

- Untuk sebaran normal dengan $\mu = 50$ dan $\sigma = 10$, hitunglah peluang bahwa X mengambil sebuah nilai antara 45 dan 62

Latihan

- Untuk sebaran normal dengan $\mu = 300$ dan $\sigma = 50$, hitunglah peluang bahwa peubah acak X mengambil suatu nilai yang lebih besar dari 362
- Diberikan sebuah sebaran normal dengan $\mu = 40$ dan $\sigma = 6$. Hitunglah nilai x yang (a) luas daerah dibawahnya ada 38%, dan (b) luas daerah diatasnya 5%

$$\begin{aligned}
 & x_1 = 45, x_2 = 62, \mu = 50, \sigma = 10. \\
 & z_1 = \frac{45 - 50}{10} = -0,5; z_2 = \frac{62 - 50}{10} = 1,2 \\
 & P(45 < X < 62) = P(-0,5 < z < 1,2) \\
 & = P(z < 1,2) - P(z < -0,5) \\
 & = 0,8849 - 0,3085 \\
 & = 0,5764
 \end{aligned}$$

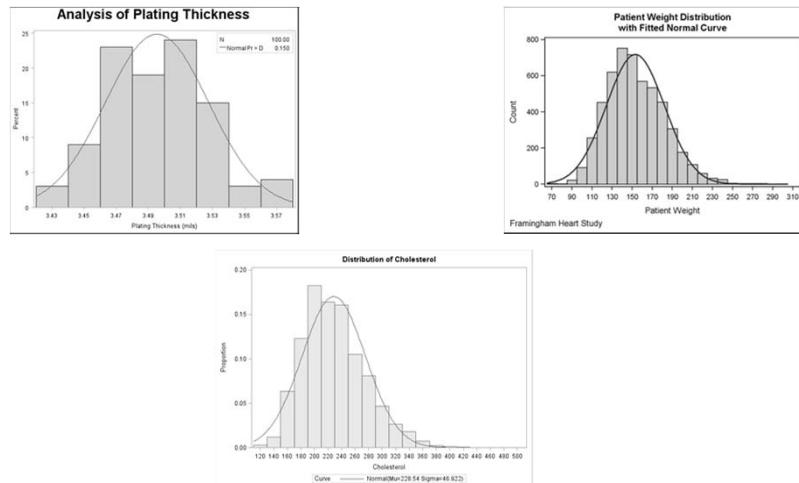
7.3. PENERAPAN SEBARAN NORMAL

- Suatu jenis makanan kemasan mencapai umur rata-rata kadaluarsa 3,0 bulan, dengan simpangan baku 0,5 bulan. Bila masa kadaluarsa makanan kemasan menyebar normal, hitunglah peluang bahwa makanan kemasan tertentu akan mempunyai umur kurang dari 2,3 bulan.
- Sebuah perusahaan memproduksi apel dengan kadar vitamin C nya menyebar normal dengan nilai tengah 80 mg/g dengan simpangan baku 4 mg/g. Hitunglah peluang sebuah apel mempunyai kadar vitamin C antara 77,8 dan 83,4 mg/g.
- Pada suatu ujian, nilai rata-ratanya adalah 74 dan simpangan bakunya 7. Bila 12% diantara peserta ujian akan diberi nilai A, dan nilai itu mengikuti sebaran normal, berapakah batas terkecil bagi A dan batas nilai tertinggi bagi B? Nilai diberikan dalam bentuk bilangan bulat.

7.4. HAMPIRAN NORMAL TERHADAP SEBARAN BINOM

- Nilai peluang binom dapat dihitung dengan mudah melalui fungsi $b(x; n, p)$ atau dari tabel sebaran binom bila n kecil.
- Bila n cukup besar dan tidak ditemukan pada tabel sebaran binom, maka besar peluangnya dapat didekati melalui sebaran kontinu (kurva normal) berdasarkan dalil, bahwa
- Bila X adalah suatu peubah acak binom dengan nilai tengah $\mu = np$ dan ragam $\sigma^2 = npq$, maka bentuk pelimitan bagi sebaran $Z = \frac{X-np}{\sqrt{npq}}$ untuk $n \rightarrow \infty$, adalah sebaran normal baku
- Sebaran normal memberikan hampiran yang sangat baik untuk sebaran binom bila n besar dan p dekat dengan $\frac{1}{2}$. Bahkan untuk sebaran binom dengan n kecil dan p tidak terlalu dekat dengan 0 atau 1, hampiran tersebut masih cukup baik.

7.4. HAMPIRAN NORMAL TERHADAP SEBARAN BINOM



PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

9

7.4. HAMPIRAN NORMAL TERHADAP SEBARAN BINOM

- Suatu sebaran binom dengan $n = 15$ dan $p = 0,4$ terlihat pada kurva diatas, dan nilai $b(4; 15, 0,4) = 0,2173 - 0,0905 = 0,1268$ (dapat dicari melalui tabel sebaran binom).
- Dengan hampiran sebaran normal, $P(X=4)$ dapat dicari sebagai nilai antara $x_1 = 3,5$ dan $x_2 = 4,5$.

$$z_1 = \frac{3,5 - 6}{1,9} = -1,316; z_2 = \frac{4,5 - 6}{1,9} = -0,789$$

$$\begin{aligned} P(X=4) &= b(4; 15, 0,4) \\ &\cong P(-1,316 < Z < -0,789) \\ &= P(Z < -0,789) - P(Z < -1,316) \\ &= 0,2151 - 0,0941 \\ &= 0,1210 \end{aligned}$$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

10

7.4. HAMPIRAN NORMAL TERHADAP SEBARAN BINOM

- Untuk sebaran binom yang sama dengan $n = 15$ dan $p = 0,4$; kita ingin menghitung nilai peluang untuk peubah acak X 7 sampai 9 inklusif. Nilai peluangnya adalah

$$\begin{aligned} P(7 \leq X \leq 9) &= \sum_{x=7}^9 b(x; 15, 0,4) \\ &= \sum_{x=0}^9 b(x; 15, 0,4) - \sum_{x=0}^6 b(x; 15, 0,4) \\ &= 0,9662 - 0,6098 = 0,3564 \end{aligned}$$

- Dengan hampiran sebaran normal, $P(7 < X < 9)$ dapat dicari sebagai nilai antara $x_1 = 6,5$ dan $x_2 = 9,5$.

$$z_1 = \frac{6,5 - 6}{1,9} = 0,263; \quad z_2 = \frac{9,5 - 6}{1,9} = 1,842$$

$$\begin{aligned} P(7 < X < 9) &\cong P(0,263 < Z < 1,842) \\ &= P(Z < 1,842) - P(Z < 0,263) \\ &= 0,9673 - 0,6037 \\ &= 0,3636 \end{aligned}$$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

11

7.4. HAMPIRAN NORMAL TERHADAP SEBARAN BINOM

Latihan

- Peluang bahwa seorang pasien dapat sembuh dari suatu penyakit darah adalah 0,6. Bila 100 orang diketahui menderita penyakit ini, berapa peluang bahwa kurang dari separuhnya akan dapat sembuh?
- Sebuah ujian terdiri dari 200 pertanyaan pilihan berganda, masing-masing dengan 4 kemungkinan jawaban, tetapi hanya satu yang benar. Berapa peluang seseorang yang menjawab secara acak 80 diantara 200 soal yang sama sekali tidak diketahuinya, mendapatkan dari 25 sampai 30 jawaban yang benar?

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

12