PENGANTAR STATISTIKA

PROF. DR. KRISHNA PURNAWAN CANDRA, M.S.
JURUSAN TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN
FAKULTAS PERTANIAN
UNIVERSITAS MULAWARMAN

KULIAH KE-5: SEBARAN PEUBAH

PUSTAKA:
Walpole RE (1982) Pengantar Statistika. Edisi ke-3. Alih Bahasa: Sumantri B (1988). PT Gramedia, Jakarta.
Sudjana (1989) Metoda Statistika. Edisi ke-5. Penerbit Tarsito, Bandung.

TUJUAN

- Mahasiswa dapat mendeskripsikan sebaran peluang dalam kaitannya bahwa pengambilan keputusan dengan inferensia statistik mempunyai unsur ketidakpastian (peluang).

5.1. PEUBAH ACAK

(**Fungsi** yang nilainya berupa bilangan nyata yang ditentukan oleh setiap unsur dalam ruang contoh)

- Suatu percobaan melempar tiga kali mata uang, akan menghasilkan ruang contoh S = {GGG, GGA, GAG, AGG, GAA, AGA, AAG, AAA}
- Bila kita hanya tertarik pada satu jenis kejadian (berapa kali sisi gambar muncul) dari 3 kali pelemparan mata uang, maka nilai numerik 0, 1, 2, 3 dapat diberikan pada setiap titik contoh.
- Nilai-nilai itu secara keseluruhan disebut **peubah acak**, disimbolkan dengan huruf besar, misalnaya *X*. Sedangkan masing-masing nilai numeriknya dinyatakan sebagai salah satu diantara nilai-nilainya.
- Untuk X = 2, maka himpunan bagiannya adalah E = {GGA, GAG, AGG}

5.1. PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

Teladan 1.

Dua kelereng diambil berturut-turut tanpa pemulihan dari sebuah kantung berisi 4 kelereng merah dan 3 kelereng hitam. Tentukan hasil percobaan yang mungkin berikut nilai *y* bagi peubah acak *Y*, yang menyatakan banyaknya kelereng merah yang terambil.

Teladan 2.

Seorang petugas penitipan topi mengembalikan **3 topi secara acak** kepada pemiliknya. Bila Santoso, Joko, dan Budi dalam urutan tersebut, menerima masing-masing satu topi, daftarkan semua titik contoh bagi kemungkinan urutan pengembalian topi dan tentukan nilai *c* bagi peubah acak *C* yang melambangkan banyaknya pasangan "topi dan pemiliknya" yang tepat.

- Jawab:

1.

Ruang Contoh	y	Ruang Contoh	y
MM	2	HM	1
MH	1	HH	0

2.

Ruang Contoh	c	Ruang Contoh	c
SJB	3	JBS	0
SBJ	1	BSJ	0
JSB	1	BJS	1

5.1. PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

Teladan 3.

Bila sebuah dadu dilempar sampai muncul sisi bilangan 5 muncul, tentukan ruang contoh dengan unsur-unsurnya yang mungkin muncul

Jawab

3. Ruang contoh dengan unsur-unsurnya adalah

   S = {F, NF, NNF, NNNF, ...} dengan F dan N masing-masing menyatakan muncul dan tidak munculnya bilangan 5.

5.2. MACAM RUANG CONTOH

Diskret

- Dari teladan 1 dan 2 sebelumnya, nilai numerik (peubah acak) yang muncul merupakan **titik contoh yang terhingga**.
- Ruang contoh seperti ini dinamakan **Ruang Contoh Diskret**.
- Contoh peubah acak diskret digunakan untuk data yang berupa ***cacahan***, seperti produk cacat, banyaknya kecelakan per tahun di suatu kota, ...

Kontinu

- Dari teladan 3 sebelumnya, nilai numerik (peubah acak) yang muncul merupakan **titik contoh dengan jumlah tak hingga,** yang dapat digambarkan sebagai banyaknya titik yang terdapat dalam suatu garis.
- Ruang contoh seperti ini dinamakan Ruang Contoh Kontinu.
- Contoh peubah acak kontinu adalah untuk ***data yang diukur***, seperti tinggi, bobot, suhu, jarak, umur, ...

5.3. SEBARAN PELUANG DISKRET

(Sebuah tabel atau rumus yang memungkinkan nilai peubah acak diskret berikut peluangnya)

- Dari 3 kali pelemparan mata uang, kejadian yang mungkin terjadi adalah X = {AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB}
- Maka kemungkinan frekuensi munculnya sisi Burung dari 3 kali pelemparan adalah

	0	**1**	**2**	**3**	
	{AAA}	{AAB, ABA, BAA}	{ABB, BAB, BBA}	{BBB}	Jumlah
Peluang	1/8	3/8	3/8	1/8	1

- Dari teladan 2, peluang munculnya *C* bernilai 0 adalah 1/3. Semua kemungkinan nilai *c* dan peluangnya adalah:

c	**0**	**1**	**3**	
	{JBS, BSJ}	{SBJ, JSB, BJS}	{SJB}	Jumlah
P(*C*=*c*)	2/6 = 1/3	3/6 = 1/2	1/6	1

- Untuk lebih memudahkan tabel diatas dinyatakan dalam bentuk rumus yang merupakan fungsi nilai-nilai x, yang secara umum dinyatakan sebagai $f(x)=P(X=x)$, misal $f(3)=P(X=3)$. Himpunan semua pasangan berurutan $(x, f(x))$ disebut **fungsi peluang** atau **sebaran peluang** bagi peubah acak *X*.

5.3. SEBARAN PELUANG DISKRET (LANJUTAN)

Teladan 3.

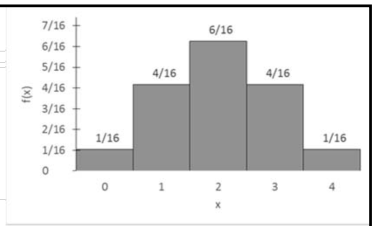
Tentukan sebaran peluang bagi jumlah bilangan bila sepasang dadu dilemparkan

Jawab:

- Dua dadu dapat mendarat dalam (6)(6)=36 cara. Jumlah bilangan yang akan keluar (*X*) dan frekuensinya serta kalkulasi peluangnya adalah:

X	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Frekuensi	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
P(X=*x*)	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

5.3. SEBARAN PELUANG DISKRET (LANJUTAN)



Teladan 4.

- Tentukan rumus bagi sebaran peluang banyaknya sisi gambar bila sebuah uang logam dilempar 4 kali

Jawab:

- Ruang contoh mengandung $2^4 = 16$ titik contoh, maka penyebut bagi peluangnya adalah 16.
- Frekuensi sisi gambar yang mungkin muncul adalah 0, 1, 2, 3, dan 4.
- Cara untuk mendapatkan x sisi gambar adalah $\binom{4}{x}$, misalnya munculnya 3x sisi gambar maka $\binom{4}{x} = \frac{4!}{(3!)(4-3)!} = \frac{24}{6} = 4$
- Jadi fungsi peluangnya *f(x)=P(X=x) adalah* $f(x) = \frac{\binom{4}{x}}{16}, untuk\ x = 0, 1, 2, 3, 4$

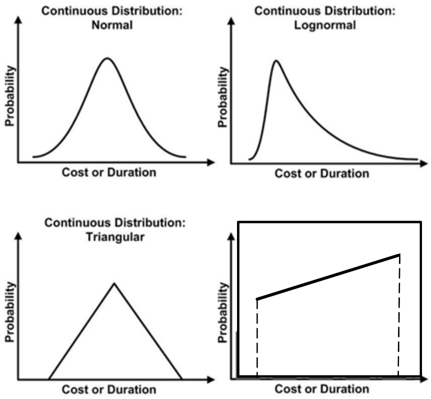
Frekuensi	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
Cara	1	4	6	4	1
P(X=*x*)	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

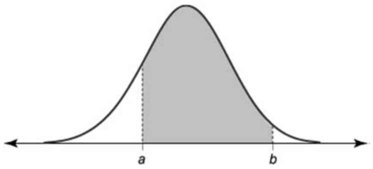
5.3. SEBARAN PELUANG KONTINU

- Peubah acak kontinu mempunyai peluang 0 untuk mengambil ***tepat*** salah satu nilainya, sehingga tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel.
- Contohnya adalah tinggi atau berat badan mahasiswa kelas statistika PS THP TA 2014/2015.
- Peluang untuk memperoleh mahasiswa yang tingginya 164 cm adalah sangat kecil, sehingga diberikan nilai peluang sama dengan 0.
- Berbeda bila diambil mahasiswa yang mempunyai tinggi sekurang-kurangnya 163 cm tetapi tidak melebihi 165 cm (selang nilai peubah acak).
- Bila X adalah kontinu, bisa dituliskan $P(a < X \leq b) = P(a < X < b) + P(X = b)$
  $= P(a < X < b)$
- Sebaran peluang bagi peubah acak kontinu dapat dinyatakan sebagai fungsi, yang biasanya disebut **fungsi kepekatan peluang (fungsi kepekatan)**

5.3. SEBARAN PELUANG KONTINU

- Beberapa bentuk fungsi kepekatan





- Sebuah fungsi *f* disebut ***fungsi kepekatan peluang*** bagi peubah acak kontinu *X* bila luas darah dibawah kurva dan diatas sumbu *x* sama dengan 1.
- Bila luas daerah dibawah kurva antara $x = a$ dan $x = b$ menyatakan peluang *X* yang terletak antara *a* dan *b*.

5.3. SEBARAN KONTINU (LANJUTAN)

Teladan 5.

Sebuah peubah acak kontinu *X* yang mengambil nilai antara $x = 2$ dan $x = 4$ mempunyai fungsi kepekatan peluang $f(x) = \frac{x+1}{8}$

a. Perlihatkan bahwa $P(2 < X < 4) = 1$
b. Hitunglah $P(X < 3{,}5)$
c. Hitunglah $P(2{,}4 < X < 3{,}5)$

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA

- Contoh-contoh sebelumnya menggambarkan peluang berdimensi satu.
- Banyak keadaan lain yang melibatkan sekaligus nilai-nilai beberapa peubah acak, misalnya mengukur banyaknya larutan P dan volume V gas dari percobaan kimia terkontrol.
- Contoh diatas, melibatkan dua ruang contoh (berdimensi dua), terdiri atas pengamatan (*p, v*).
- Bila *X* dan *Y* adalah **peubah acak diskret, sebaran peluang bersama-**nya dinyatakan sebagai *f(x,y)* bagi sembarang pasangan *(x,y)* yang dapat diambil dari peubah acak *X* an *Y*. Fungs *f(x,y)* dinamakan sebaran peluang bersama bagi *X* dan *Y*, digambarkan sebagai *f(x,y) = P(X = x, Y = y)*.
- Bila *X* dan *Y* keduanya merupakan **peubah acak kontinu, fungsi kepekatan bersama**-nya *f(x,y)* merupakan sebuah permukaan yang terletak pada bidang-*x,y*, dan *P*[*(X,Y)* ∈ *A*] sama dengan volume silinder tegak yang disebelah bawah dibatasi oleh *A* dan disebelah atas oleh bidang *f(x,y)*, bila *A* adalah sembarang daerah di bidang-*xy*.

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

- Pada contoh-contoh selanjutnya sebagian besar fungsi peluang bersama yang dipelajari adalah berasal dari peubah acak diskret.
- **Sebaran Peluang Bersama**, merupakan suatu tabel atau rumus yang mendaftarkan semua kemungkinan nilai *x* dan *y* bagi peubah acak diskret *X* dan *Y*, berikut peluang padanannya *f(x,y)*.

Teladan 6.

Dua isi bolpen dipilih secara acak dari sebuah kotak yang berisi 3 isi bolpen biru, 2 merah, 3 hijau. Bila *X* adalah banyaknya isi bolpen biru dan *Y* banyaknya isi bolpen merah yang terpilih, tentukan (a) fungsi peluang bersama *f(x,y)* dan (b) *P*[*(X,Y)* ∈ *A*], sedangkan *A* = {*(x,y)*|*x* + *y* ≤ *1*}.

Jawab

a) Semua kemungkinan pasangan nilai *(x,y)* adalah (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (0,2), dan (2,0). Banyaknya cara untuk mengambil 2 dari 8 isi bolpen adalah $\binom{8}{2} = 28$. Banyaknya cara mengambil 1 dari 2 isi bolpen merah dan 1 dari 3 boilpen hijau adalah $\binom{2}{1}\binom{3}{1} = 6$, sehingga *f(0,1)* = 6/28

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

Teladan 6.

Jawab

a) Semua kemungkinan pasangan nilai *(x,y)* adalah (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (0,2), dan (2,0). Untuk *f(0,1)*, banyaknya cara untuk mengambil 2 dari 8 isi bolpen adalah $\binom{8}{2} = 28$. Banyaknya cara mengambil 1 dari 2 isi bolpen merah dan 1 dari 3 bolpen hijau adalah $\binom{2}{1}\binom{3}{1} = 6$, sehingga *f(0,1)* = 6/28. Perhitungan lainnya menghasilkan peluang bagi kemungkinan lainnya, seperti tabel berikut dan dapat dinyatakan oleh rumus $f(x,y) = \frac{\binom{3}{x}\binom{2}{y}\binom{3}{2-x-y}}{\binom{8}{2}}$, untuk *X* = 0, 1, 2, 3, 4; *Y* = 0, 1, 2; 0 ≤ *X* + *Y* ≤ *2*

b) *P*[*X,Y*] ∈ *A*] = *P*(*X* + *Y* ≤ 1)
= *f(0, 0)* + *f(0, 1)* + *f(1, 0)*
= 3/28 + 3/14 + 9/28
= 9/14

Sebaran marjinal untuk *X, g(x)*

Sebaran marjinal untuk *Y, h(y)*

f(x,y)		x: 0	x: 1	x: 2	**Total baris**
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

Sebaran Bersyarat

Pada sebaran peluang bersama, peubah acak yang satu berkaitan dengan peubah acak yang lain. Misalkan kejadian *X*=*x* dan *Y*=*y*, maka sebaran bersyarat bagi peubah acak diskret *Y*, untuk *X* = *x* keduanya dapat dihubungkan melalui persamaan berikut

$$P(Y = y|X = x) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(X = x)} = f(y|x) = \frac{f(x,y)}{g(x)}, \qquad g(x) > 0$$

Begitu pula sebaliknya, *sebaran bersyarat* bagi peubah acak diskret *X*, untuk *Y* = *y*, diberikan oleh rumus

$$P(X = x|Y = y) = \frac{P(Y = y, X = x)}{P(Y = y)} = f(x|y) = \frac{f(y,x)}{h(y)}, \qquad h(y) > 0$$

f(x,y)		x: 0	x: 1	x: 2	Total baris
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Sebaran Bersyarat

Teladan 7.

Dengan merujuk pada Teladan 6, tentukan $f(x|1)$ untuk semua nilai x dan tentukan pula $P(X = 0|Y = 1)$.

Jawab

$h(1) = f(0, 1) + f(1,1) + f(2, 1) = 6/28 + 6/28 + 0 = 12/28 = 3/7$

$f(x|1) = \frac{f(x,1)}{h(1)} = \frac{f(x,1)}{3/7}$, $\quad x = 0, 1, 2$, maka diperoleh

$f(0|1) = (6/28)(3/7) = ½$

$f(1|1) = (6/28)(3/7) = ½$

$f(2|1) = (0)(3/7) = 0$

Sebarannya ditabelkan sebagai berikut:

x	0	1	2
$f(x\|1)$	1/2	1/2	0

Jadi $P(X=0|Y=1) = f(0|1) = ½$

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Dua Peubah Acak yang bebas

Peubah acak X dan Y dikatakan bebas jika dan hanya jika $f(x, y) = g(x)\, h(y)$ untuk semua nilai-nilai X dan Y

Teladan 8.

Tunjukkan bahwa kedua peubah acak dalam Teladan 6 tidak bersifat bebas.

Jawab

Dari sebaran peluang bersama pada tabel diatas, nilai peluang

$f(0,1) = 6/28 = 2/14$

$g(0) = 3/28 + 6/28 + 1/28 = 10/28 = 5/14$

$h(1) = 6/28 + 6/28 + 0 = 12/28 = 3/7$

x	0	1	2
$f(x\|1)$	1/2	1/2	0

Jelas bahwa

$f(0, 1) \neq g(0)\, h(1)$, sehingga X dan Y tidak bebas

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK

- Bila dua uang logam dilempar 16 kali dan *X* menyatakan banyaknya munculnya sisi gambar untuk setiap lemparan, maka *X* mempunyai nilai 0, 1, atau 2.
- Dari percobaan diketahui bahwa 4 kali lemparan sisi gambar tidak pernah muncul, 7 kali lemparan sisi gambar muncul sekali, dan 5 kali lemparan sisi gambar muncul dua kali.
- Maka rata-rata banyaknya sisi gambar muncul per lemparan 2 uang logam tersebut adalah $\bar{x} = \frac{(0)(4)+(1)(7)+(2)(5)}{16} = 1.06$, atau dapat ditulis sebagai

$$\bar{x} = (0)\left(\frac{4}{16}\right) + (1)\left(\frac{7}{16}\right) + (2)\left(\frac{5}{16}\right) = 1.06$$

- Bila percobaan tersebut dilakukan banyak sekali (jangka panjang), maka akan diperoleh nilai tengah populasi yang dikenal sebagai **nilaitengah peubah acak** *X* atau **nilaitengah sebarannya** dilambangkan oleh μ_x atau μ saja.
- Secara umum nilaitengah tersebut dinamakan **harapan matematik** atau **nilai harapan** bagi peubah acak *X* dan melambangkannya dengan *E(X)*.

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

- Bila kedua uang logam yang digunakan pada percobaan pelemparan uang tersebut setimbang, maka ruang contoh bagi percobaan ini adalah
S = {*GG, AG, GA, AA*} dengan keempat titik contoh berkemungkinan sama untuk terjadi, maka
P(X=0) = P(AA) = ¼
P(X=1) = P(AG) + P(GA) = ½
P(X=2) = P(GG) = ¼
- Sehingga nilai harapannya adalah, μ = *E(X)* = (0)(1/4) + (1)(1/2) + (2)(1/4) = 1, maka
- Bila *X* adalah peubah acak diskret dengan sebaran peluang

x	x_1	x_2	……	x_n
$P(X = x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	…….	$f(x_n)$

maka ***nilaitengah*** atau ***nilai harapan*** bagi peubah acak g(*X*) adalah
$\mu_{g(X)} = E[g(X)] = \sum_{i=1}^{n} g(x_i)f(x_i)$

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

Teladan 12.

- Misalkan banyaknya mobil , *X*, yang dicuci pencucian mobil "Ana" antara pukul 16.00 dan 17.00 pada setiap hari Jumat yang cerah mempunyai sebaran

x	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
P(X = x)	*1/12*	1/12	1/4	1/4	1/6	1/6

  Bila *g(X)* = (2*X* – 1) menyatakan uang yang dbayarkan dalam puluhan ribu rupiah, oleh manajer kepada petugas pencuci. Tentukan penerimaan harapan petugas pencuci mobil pada periode waktu tersebut.

- Jawab:
- $E[g(x)] = E(2x-1) = \sum_{x=4}^{9}(2x-1)$

  $= (7)\left(\frac{1}{12}\right) + (9)\left(\frac{1}{12}\right) + (11)\left(\frac{1}{4}\right) + (13)\left(\frac{1}{4}\right) + (15)\left(\frac{1}{6}\right) + (17)\left(\frac{1}{6}\right) = 12{,}67$

  Petugas pencucian dapat mengharapkan untuk menerima Rp126.700

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

- Bila *X* dan *Y* keduanya merupakan peubah acak diskret dengan peluang bersama *f(x, y)*, untuk $x = x_1, x_2, ..., x_n$ dan $y = y_1, y_2, ..., y_n$. Maka nilaitengah atau nilai harapan bagi peubah acak *g(X,Y)* adalah

$$\mu_{g(X,Y)} = E[g(X,Y)] = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} g(x_i, y_i) f(x_i, y_j)$$

- Bila *g(X,Y)* = *X* dalam definisi diatas, maka

$$\mu_x = E(X) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_i f(x_i, y_j) = \sum_{i=1}^{m} x_i g(x_i)$$

  Dengan $g(x_i)$ merupakan nilai sebaran *X* marjinal,
  dan bila *g(X,Y)* = *Y*, maka

$$\mu_y = E(Y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} y_j f(x_i, y_j) = \sum_{j=1}^{n} y_j h(y_j)$$

  Dengan $h(Y_j)$ merupakan nilai sebaran *Y* marjinal

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

f(x,y)		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Teladan 15.

- Mengacu pada sebaran peluang pada Teladan 6. tentukan μ_X dan μ_Y
- Jawab:
- $\mu_x = E(X) =$
  $\sum_{x=0}^{2}\sum_{y=0}^{2} xf(x,y) = \sum_{x=0}^{2} xg(x) = (0)\left(\frac{10}{28}\right) + (1)\left(\frac{15}{28}\right) + (2)\left(\frac{3}{28}\right) = \frac{3}{4}$
- Dan
- $\mu_y = E(Y) =$
  $\sum_{x=0}^{2}\sum_{y=0}^{2} yf(x,y) = \sum_{x=0}^{2} yh(y) = (0)\left(\frac{15}{28}\right) + (1)\left(\frac{3}{7}\right) + (2)\left(\frac{1}{28}\right) = \frac{1}{2}$

5.6. RAGAM SUATU PEUBAH ACAK

- Populasi yang pengamatannya terdiri atas nilai-nilai peubah acak X yang dilakukan tak hingga kali akan memiliki nilai tengah (μ) dan ragam (σ_x^2 atau ringkasnya σ^2).
- Ragam populasi ini disebut dengan **ragam peubah acak** *X* atau **ragam sebarannya.**
- Dari contoh sebelumnya, dari populasi yang terdiri dari 6 pengamatan 2, 5, 5, 8, 8, dan 8, maka diperoleh μ = 6 dan ragamnya $\sigma^2 = \frac{(2-6)^2+(5-6)^2+(5-6)^2+(8-6)^2+(8-6)^2+(8-6)^2}{6} = 5$ dan dapat dituliskan sebagai

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2(1) + (5-6)^2(2) + (8-6)^2(3)}{6}$$
$$= (2-6)^2\left(\frac{1}{6}\right) + (5-6)^2\left(\frac{1}{3}\right) + (8-6)^2\left(\frac{1}{2}\right) = 5$$

- Bilangan-bilangan 1/6, 1/3, dan ½ adalah frekuensi relatif bagi nilai-nilai 2, 5, dan 8 dalam populasi, dengan kata lain
  Bila *X* adalah peubah acak dengan sebaran peluang
  maka, $\sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = \sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 f(x_i)$

x	x_1	x_2	……	x_n
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	…….	$f(x_n)$

5.6. RAGAM SUATU PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

- Ragam peubah acak *X* dapat dihitung dengan rumus $\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$

Teladan 19.

Peubah acak *X*, yang menyatakan banyaknya peluru roket yang gagal bila 3 peluru ditembakkan, tentukan ragam dari peubah acak tersebut yang mempunyai sebaran peluang sebagai berikut:

x	0	1	2	3
P(X= x)	*0,51*	*0,38*	0,01	*0,01*

Jawab:

μ = (0)(0,51) + (1)(0,38) + (2)(0,10) + (3)(0,01) = 0,61

E(X²) = (0)(0,51) + (1)(0,38) + (4)(0,10) + (9)(0,01) = 0,87

Jadi σ^2 = 0,87 – $(0,61)^2$ = 0,4979

5.7. SIFAT-SIFAT NILAI TENGAH DAN RAGAM

Nilaitengah

- Bila a dan b konstanta, maka $\mu_{aX+b} = a\mu_x + b = a\mu + b$
- Untuk $\mu_{aX+b} = a\mu + b$, maka bila a = 0, maka $\mu_b = b$
  bila b = 0, maka $\mu_{aX} = a\mu$
- Nilaitengah jumlah atau selisih dua atau lebih peubah acak sama dengan jumlah atau selisih nilaitengah masing-masing peubah. Jadi
  $\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y$ dan $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y$
- Nilaitengah hasilkali dua atau lebih peubah acak yang bebas satu sama lain dengan hasilkali nilai tengah masing-masing peubah acak. Jadi, bila X dan Y bebas, maka
  $$\mu_{XY} = \mu_X \mu_Y$$

5.7. SIFAT-SIFAT NILAI TENGAH DAN RAGAM

Ragam

- Bila *X* peubah acak dan *b* konstanta, maka ${\sigma_{X+b}}^2 = {\sigma_x}^2 = \sigma^2$
- Bila *X* peubah acak dan *a* konstanta, maka ${\sigma_{aX}}^2 = a^2{\sigma_x}^2 = a^2\sigma^2$
- Ragam jumlah atau selisih dua atau lebih peubah acak yang bebas sama dengan jumlah ragam masing-masing peubah acak. Jadi bila *X* dan *Y* bebas, maka
$${\sigma_{X+b}}^2 = {\sigma_x}^2 + {\sigma_Y}^2 \quad dan \quad {\sigma_{X-b}}^2 = {\sigma_x}^2 + {\sigma_Y}^2$$